

Esercizi Vari

Esercizio 1 Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto Σ che contengono almeno una a seguita da una b .

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

Esercizio 2 Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto Σ in cui a a b si alternano, iniziando da a e terminando con b .

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

Esercizio 3 Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto Σ in cui *ogni* a è seguita *immediatamente* da una b .

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

Esercizio 4 Sia $\Sigma = \{0, 1\}$. Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto Σ che, interpretate come numeri in notazione binaria, rappresentano multipli di 4.

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

Esercizio 5 Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto Σ in cui il secondo simbolo è una a .

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

Esercizio 6 Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto Σ in cui il penultimo simbolo è una a .

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

Esercizio 7 Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto Σ contenenti un numero pari di a e un numero pari di b .

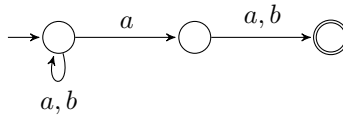
Esercizio 8 Sia $\Sigma = \{4, 5\}$. Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto Σ che, interpretate come numero in notazione decimale, rappresentano un intero che diviso per 3 ha come resto 1.

Esercizio 9 Sia $\Sigma = \{0, 1\}$. Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto Σ che, interpretate come numero in notazione binaria, rappresentano un intero che diviso per 5 ha come resto 1.

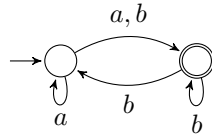
Esercizio 10 Scrivete un'espressione regolare per il linguaggio formato da tutte le stringhe sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ i cui ultimi due simboli sono uguali. Disegnate poi un automa a stati finiti nondeterministico e un automa a stati finiti deterministico che accetti tale linguaggio.

Esercizio 11 Scrivete un'espressione regolare per il linguaggio formato da tutte le stringhe sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ in cui il primo e l'ultimo simbolo sono uguali. Disegnate poi un automa a stati finiti nondeterministico e un automa a stati finiti deterministico che accetti tale linguaggio.

Esercizio 12 Costruite un automa deterministico equivalente all'automato nondeterministico rappresentato nella figura seguente:



Esercizio 13 Costruite un automa deterministico equivalente all'automato nondeterministico rappresentato nella figura seguente:



Esercizio 14 Costruite un automa deterministico equivalente all'automato nondeterministico rappresentato nella tabella seguente:

	a	b
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$
$*q_1$	\emptyset	$\{q_0, q_1\}$

Esercizio 15 Costruite un automa deterministico equivalente all'automato nondeterministico rappresentato nella tabella seguente:

	0	1
$\rightarrow p$	$\{p, q\}$	$\{p\}$
q	$\{r\}$	$\{r\}$
r	$\{s\}$	\emptyset
$*s$	$\{s\}$	$\{s\}$

Esercizio 16 Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Costruite un automa nondeterministico che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto Σ nelle quali il terzultimo e il penultimo simbolo sono uguali.

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

Esercizio 17 Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Costruite un automa che accetti l'insieme delle stringhe contenenti due a separate da un numero di simboli multiplo di 4.

Esprimate questo linguaggio con un'espressione regolare.

Esercizio 18 Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Costruite un automa che accetti l'insieme delle stringhe in cui il primo e l'ultimo simbolo sono differenti.

Esprimate questo linguaggio con un'espressione regolare.

Esercizio 19 Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Costruite un automa che accetti l'insieme delle stringhe formate da 0 o più ripetizioni della stringa ab oppure da 0 o più ripetizioni della stringa aa .

Esprimate questo linguaggio con un'espressione regolare.

Esercizio 20 Disegnate degli automi a stati finiti equivalenti alle seguenti espressioni regolari:

- 01^*
- $(0 + 1)^*1(0 + 1)$
- $00(0 + 1)^*$

Esercizio 21 Disegnate degli automi a stati finiti equivalenti alle seguenti espressioni regolari:

- $(0 + 1)01$
- $10 + (0 + 11)0^*1$

Esercizio 22 Disegnate un automa a stati finiti equivalente alle seguente espressione regolare:

$$((0 + 1)(0 + 1))^* + ((0 + 1)(0 + 1)(0 + 1))^*$$

Esercizio 23 Disegnate un automa a stati finiti equivalente alle seguente espressione regolare:

$$((0 + 1 + \varepsilon)(0 + 1)(0 + 1))^*$$

Esercizio 24 Ricavate un'espressione regolare per l'automato descritto nella tabella seguente:

	0	1
$\rightarrow q_1$	q_2	q_1
q_2	q_3	q_1
$*q_3$	q_3	q_2

Esercizio 25 Considerate il linguaggio $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. L è regolare? Giustificate la risposta. Descrivete un dispositivo in grado di riconoscere L . Fornite una grammatica per L .

Esercizio 26 Considerate il linguaggio L costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto $\{(,)\}$ che rappresentano sequenze di parentesi bilanciate. L è regolare? Giustificate la risposta. Descrivete un dispositivo in grado di riconoscere L . Fornite una grammatica per L .

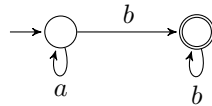
Esercizio 27 Considerate il linguaggio $L = \{0^n 10^n \mid n \geq 1\}$. L è regolare? Giustificate la risposta. Scrivete una grammatica per L .

Esercizio 28 Considerate il linguaggio $L = \{0^n 1^m \mid n \leq m\}$. L è regolare? Giustificate la risposta. Scrivete una grammatica per L .

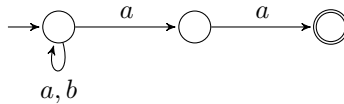
Esercizio 29 Considerate il linguaggio $L = \{0^n 1^m \mid n \geq m\}$. L è regolare? Giustificate la risposta. Scrivete una grammatica per L .

Esercizio 30 Considerate il linguaggio $L = \{0^n 1^m \mid n, m \geq 1\}$. L è regolare? Giustificate la risposta. Scrivete una grammatica per L .

Esercizio 31 Scrivete un'espressione regolare per il complemento del linguaggio accettato dall'automata rappresentato nella seguente figura:



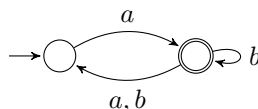
Esercizio 32 Disegnate un automa che accetti il complemento del linguaggio riconosciuto dal seguente automa:



Esercizio 33 Disegnate un automa che accetti l'intersezione dei linguaggi riconosciuti dai seguenti automi:

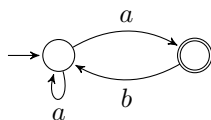


Esercizio 34 Sia L il linguaggio riconosciuto dal seguente automa:



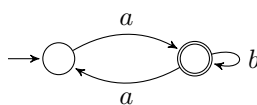
Disegnate un automa per L^c . Determinate un'espressione regolare per LL^c .

Esercizio 35 Sia L il linguaggio riconosciuto dal seguente automa:



Disegnate un automa per L^c . Determinate un'espressione regolare per LL^c .

Esercizio 36 Sia L il linguaggio riconosciuto dal seguente automa:



Disegnate un automa che accetti tutte le stringhe di lunghezza pari di L^c .

Esercizio 37 Descrivete un automa a pila che accetti il linguaggio

$$L = \{w\#w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}.$$

N.B. Data una stringa x , x^R è la stringa che si ottiene leggendo x al contrario. Ad esempio, se $x = aab$ allora $x^R = baa$.

! **Esercizio 38** Descrivete un automa a pila che accetti il linguaggio

$$L = \{w\#w^{R2} \mid w \in \{a, b\}^*\},$$

dove, data una stringa x , con x^{R2} si denota la stringa che si ottiene leggendo x al contrario e ripetendo ciascun simbolo 2 volte. Ad esempio, se $x = aab$ allora $x^{R2} = bbaaaa$.

Esercizio 39 Considerate il linguaggio L costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto $\{a, b\}$ che contengono lo stesso numero di a e lo stesso numero di b . Descrivete un automa a pila per L . Scrivete una grammatica che generi L .

Esercizio 40 Considerate il linguaggio L costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto $\{a, b\}$ in cui il numero di a è il doppio del numero di b . Descrivete un automa a pila per L .

! **Esercizio 41** Considerate il linguaggio L costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto $\{a, b\}$ in cui il numero di a è il doppio del numero di b oppure il numero di b è il doppio del numero di a . Descrivete un automa a pila e una grammatica per L .

Esercizio 42 Descrivete un automa a pila che accetti il linguaggio

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ o } i = k\}.$$

Esercizio 43 Considerate il linguaggio $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$. L è libero dal contesto? Giustificate la risposta. Descrivete un dispositivo in grado di riconoscere L .

Esercizio 44 Considerate i linguaggi $L_1 = \{a^i b^j c^j \mid i, j \geq 0\}$ e $L_2 = \{a^h b^k c^k \mid h, k \geq 0\}$.

- L_1 e L_2 sono liberi dal contesto?
- $L_1 \cup L_2$ è libero dal contesto?
- $L_1 \cap L_2$ è libero dal contesto?

Esercizio 45 Considerate il linguaggio $L = \{a^k b^j a^k b^j \mid k, j \geq 0\}$. L è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

! Esercizio 46 Considerate il linguaggio $L = \{a^k \mid k \text{ è un numero primo}\}$. L è regolare? L è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

Esercizio 47 Considerate il linguaggio $L = \{a^k \mid k \text{ è un numero dispari}\}$. L è regolare? L è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

Esercizio 48 Considerate il linguaggio $L = \{ww^R w \mid w \in \{a, b\}^*\}$. L è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

Esercizio 49 Considerate il linguaggio $L = \{ww^R w \mid w \in \{a\}^*\}$. L è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

!! Esercizio 50 Considerate il linguaggio $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \neq w^R\}$. L è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

Esercizio 51 Considerate il linguaggio $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. L è libero dal contesto? Giustificate la risposta. Descrivete un dispositivo in grado di riconoscere L .

! Esercizio 52 Considerate il linguaggio $L = \{ww' \mid w, w' \in \{a, b\}^*, |w| = |w'| \text{ e } w \neq w'\}$. L è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

Esercizio 53 Dimostrate che Java non è un linguaggio regolare.

! Esercizio 54 Scrivete una grammatica non ambigua per il linguaggio delle parentesi bilanciate.

Esercizio 55 Descrivete una macchina di Turing a un nastro che riconosca l'insieme delle parentesi bilanciate.

Esercizio 56 Esiste una macchina di Turing in grado di riconoscere $L = \{a^{2^k} \mid k \geq 0\}$? Giustificate la risposta.

! Esercizio 57 Se avete risposto positivamente alla domanda dell'esercizio precedente, descrivete una macchina di Turing in grado di riconoscere il linguaggio $L = \{a^{2^k} \mid k \geq 0\}$? (Se non riuscite a costruire una macchina a un nastro, provate con una macchina a più nastri.)

Esercizio 58 Esiste un automa a pila in grado di riconoscere il linguaggio $L = \{a^{2^k} \mid k \geq 0\}$? Giustificate la risposta.

Esercizio 59 Esiste una macchina di Turing in grado di riconoscere $L = \{a^{n!} \mid n \geq 0\}$? Giustificate la risposta. È un automa a pila?

Esercizio 60 Descrivete una macchina di Turing a più nastri che ricevendo in ingresso una stringa della forma $\#x\#y\#$ dove $x, y \in \{0, 1\}^*$ rappresentano due numeri in notazione binaria e $\#$ è un simbolo separatore, produca in output una stringa binaria che rappresenti la somma dei due numeri.

Esercizio 61 Descrivete una macchina di Turing a più nastri che ricevendo in ingresso una stringa della forma $\#x\#y\#$ dove $x, y \in \{0, 1\}^*$ rappresentano due numeri in notazione binaria e $\#$ è un simbolo separatore, produca in output una stringa binaria che rappresenti il massimo tra i due numeri.