

Esercizi

11. Problemi “difficili”

Esercizio 11.1

Per ognuno dei seguenti problemi di decisione, dimostrate che appartiene alla classe NP fornendo un algoritmo nondeterministico che lo risolva in tempo polinomiale.

- *Clique*
Dati un grafo non orientato G e un intero k , stabilire se esiste un sottografo completo con k vertici.
- *Partizione*
Dati un insieme finito A e una funzione peso p che associa a ogni elemento $a \in A$ un intero $p(a)$, stabilire se esiste un sottoinsieme $A' \subseteq A$ tale che la somma dei pesi degli elementi contenuti in A' sia uguale a quella dei pesi degli elementi non contenuti in A' , cioè:

$$\sum_{a \in A'} p(a) = \sum_{a \in A \setminus A'} p(a).$$

- *Colorazione di grafi*
Dati un grafo non orientato $G = (V, E)$ e un intero k stabilire se sia possibile “colorare” i vertici di G utilizzando al più k colori, in modo che i vertici adiacenti siano colorati con colori differenti.
- *Cammino hamiltoniano*
Dato un grafo non orientato G , stabilire se esiste un cammino che visita ciascun vertice di G una sola volta.
- *Commesso viaggiatore*
Dati un insieme finito di città $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ con le distanze tra esse ($d(c_i, c_j) \in \mathbb{Z}^+$ indica la distanza tra c_i e c_j) e un intero B , stabilire se esiste un “tour” di lunghezza totale al più B che visita tutte le città, cioè una sequenza $\langle c_{j_1}, c_{j_2}, \dots, c_{j_m} \rangle$ dove $\{j_1, j_2, \dots, j_m\} = \{1, 2, \dots, m\}$ e

$$\sum_{i=1}^{m-1} d(c_{j_i}, c_{j_{i+1}}) + d(c_{j_m}, c_{j_1}) \leq B.$$

- *Cammino più lungo*
Dati un grafo orientato $G = (V, E)$ con pesi sugli archi e un intero k , stabilire se esiste un cammino semplice di peso almeno k in G .