

## Esercizi

### 3. Alberi binari, alberi di ricerca

#### Esercizio 3.1

Scrivete una funzione ricorsiva che, ricevendo il riferimento a un albero binario contenente numeri interi, restituisca la somma di tutti i valori pari contenuti nei nodi dell'albero.

#### Esercizio 3.2

Disegnate l'albero binario di ricerca ottenuto inserendo uno dopo l'altro in un albero inizialmente vuoto i numeri 15 7 2 16 13 1 4 20 17.

Indicate l'elenco dei valori contenuti nei nodi effettuando le visite in ordine anticipato, in ordine simmetrico e in ordine posticipato. Indicate l'elenco dei nodi incontrati effettuando la visita in ampiezza.

#### Esercizio 3.3

Ripetete l'esercizio 3.2 utilizzando i numeri 20 11 18 16 17 3 30 4 19 25. Disegnate poi l'albero che si ottiene rimuovendo, nell'ordine, i valori 20 18 dall'albero ottenuto.

#### Esercizio 3.4

Ripetete gli esercizi 3.2 e 3.3 effettuando gli inserimenti in modo da ottenere, a ciascun passo, un albero AVL.

#### Esercizio 3.5

Disegnate un albero di ricerca *perfettamente bilanciato* contenente tutti i numeri da 1 a 9.

#### Esercizio 3.6

Disegnate un albero di ricerca *perfettamente bilanciato* contenente i numeri 1 4 5 9 13 17 23 29 30.

#### Esercizio 3.7

Disegnate un albero di ricerca *perfettamente bilanciato* contenente i numeri 1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25.

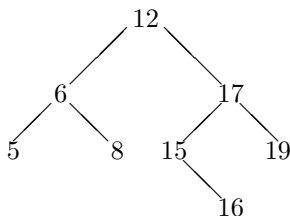
#### Esercizio 3.8

Disegnate l'albero AVL che si ottiene inserendo, a partire da un albero AVL inizialmente vuoto, tutti i numeri nell'ordine da 1 a 10.

*Nota: non si richiede solo di ottenere un albero AVL contenente i numeri da 1 a 10, ma di inserire tali numeri in un albero AVL. Pertanto ad ogni inserimento, l'albero ottenuto dovrà essere un albero AVL (come per l'esercizio 3.4).*

#### Esercizio 3.9

Considerate il seguente albero binario di ricerca:



Indicate l'elenco dei valori contenuti nei nodi effettuando le visite in ordine anticipato, in ordine simmetrico e in ordine posticipato. Indicate l'elenco dei nodi incontrati effettuando la visita in ampiezza.

Disegnate l'albero che si ottiene rimuovendo, nell'ordine, i valori 12 6 dall'albero.

### Esercizio 3.10

Dimostrate che se in un albero binario ogni nodo interno possiede entrambi i figli, allora il numero delle foglie supera di 1 il numero di nodi interni. Che relazioni ci sono tra numero di nodi interni e numero di foglie nel caso ci possano essere nodi interni con un unico figlio?

### Esercizio 3.11

Considerate un albero binario contenente  $n$  nodi, in cui i nodi contengono puntatori ai figli sinistro e destro. Esprimate il numero di puntatori null presenti nei nodi dell'albero in funzione di  $n$ .

### Esercizio 3.12

Progettate un algoritmo *iterativo* per la visita in *ordine simmetrico* di tutti i nodi di un albero binario.

*Suggerimento: come nella visita in ordine anticipato iterativa, presentata a lezione, è utile una struttura a pila, sulla quale si possono memorizzare le radici dei sottoalberi già raggiunte durante l'attraversamento, ma che devono essere ancora visitate.*

### Esercizio 3.13

Progettate un algoritmo *iterativo* per la visita in *ordine posticipato* di tutti i nodi di un albero binario.

*Suggerimento: potete procedere in maniera simile all'esercizio precedente. Tuttavia, per ogni radice memorizzata sulla pila, è utile anche ricordare se sia stato già visitato il sottoalbero sinistro o no.*

### Esercizio 3.14

Disegnate un qualsiasi albero 2-3 contenente i valori 1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31. Disegnate un albero 2-3 con gli stessi valori e il minimo numero possibile di nodi. Disegnate un albero 2-3 con gli stessi valori e il massimo numero di nodi.

### Esercizio 3.15

Quant'è l'altezza minima di un albero 2-3 in cui sono memorizzate 20 chiavi? E l'altezza massima? Rispondete alle stesse domande nel caso di 200 e 2000 chiavi.

### Esercizio 3.16

Ripetere gli esercizi 3.2 e 3.8 costruendo un albero 2-3.

### Esercizio 3.17

Disegnate il B-albero di ordine (o grado minimo)  $t = 2$  che si ottiene a partire dall'albero vuoto inserendo, nell'ordine, i valori 12 14 20 25 8 13 10 11 26 22 19 24 27 15 16 21.

### Esercizio 3.18

Ripetete l'esercizio 3.17 con  $t = 3$ .

### Esercizio 3.19

Calcolate il numero massimo di chiavi che possono essere collocate in un B-albero di altezza  $h$  e ordine  $t$  (potete ispirarvi al calcolo del numero minimo, presentato a lezione e nel Lemma 6.6 sul libro).