

Cognome.....

# Algoritmi e Strutture Dati

Nome.....

Prova finale del 18 gennaio 2018

Matricola.....

TEMPO DISPONIBILE: 2 ore

Le risposte agli esercizi 1, 2, 3 devono essere scritte negli appositi riquadri su questo foglio (risposte scritte su altri fogli non saranno considerate). La soluzione dell'esercizio 4 va scritta su uno dei fogli di protocollo forniti. Le brutte copie NON devono essere consegnate. Ricordatevi di scrivere cognome e nome su tutto ciò che consegnate.

1. Considerate funzione  $f : \{a, b, \dots, z\} \rightarrow \{0, 1, \dots, 15\}$  definita come segue:

$x$	$f(x)$
a	0
b	1
c	2
d	3
e	4
f	5
g	6
h	6
i	7

$x$	$f(x)$
j	7
k	7
l	8
m	9
n	10
o	10
p	11
q	12
r	12

$x$	$f(x)$
s	13
t	13
u	14
v	14
w	15
x	15
y	15
z	15

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

Sia  $h$  la funzione che trasforma ogni parola  $k$  sull'alfabeto  $\{a, b, \dots, z\}$  nell'intero che si ottiene applicando  $f$  al primo carattere di  $k$  e  $g$  la funzione che trasforma ogni parola nel più piccolo numero primo maggiore o uguale al numero di consonanti presenti in  $k$ .

Esempi:  $h(\text{gatto}) = 6$ ,  $g(\text{gatto}) = 3$ ,  $h(\text{formica}) = 5$ ,  $g(\text{formica}) = 5$ .

Inserite nella tabella hash a destra, inizialmente vuota, le seguenti parole, nell'ordine indicato:

lupo lince cavallo gallina giraffa acciuga  
pappagallo mosca

Come funzione hash utilizzate  $h$ . Per la gestione delle collisioni utilizzate l'hashing doppio mediante la funzione

$$c(k, i) = (h(k) + i \cdot g(k)) \bmod 16$$

2. Considerate l'albero binario rappresentato dal vettore posizionale contenente la seguente sequenza di numeri:  
30 18 24 27 21 13 33 35 16

(a) Disegnate l'albero	(b) Disegnate l'albero che si ottiene trasformando l'albero ottenuto al punto (a) in uno heap
(c) Scrivete la sequenza di valori contenuti nel vettore posizionale che rappresenta l'albero ottenuto al punto (b)	

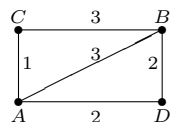
3. Considerate un albero AVL e un albero 2-3 ottenuti inserendo uno dopo l'altro, nell'ordine indicato, i seguenti numeri a partire da alberi inizialmente vuoti: 20 12 8 6 10 9 5

(a) Disegnate l'albero AVL	(b) Disegnate l'albero 2-3
(c) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine anticipato</i> dell'albero AVL	(f) L'albero AVL ottenuto al punto (a) è perfettamente bilanciato? <input type="checkbox"/>
(d) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine simmetrico</i> dell'albero AVL	(g) Se avete risposto NO al punto (f), disegnate un albero <i>perfettamente bilanciato</i> contenente gli stessi numeri
(e) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine posticipato</i> dell'albero AVL	

4. In un grande stato sul pianeta delle scimmie, la società che gestisce le autostrade ha deciso di sperimentare un nuovo sistema di tariffe basato sulle seguenti regole:

- ad ogni singola tratta autostradale è associata una tariffa,
- il pedaggio da corrispondere quando si percorrono più tratte di seguito è uguale alla tariffa massima associata alle tratte utilizzate.

Ad esempio, nella semplice rete autostradale schematizzata nel grafo nella figura a destra (in cui gli archi rappresentano le singole tratte), per raggiungere la località  $B$  dalla località  $A$ , il pedaggio da pagare è 3 se si utilizza la tratta diretta (arco  $(A, B)$ ) o il percorso che passa per  $C$ , mentre è 2 se si passa per  $D$ .



Progettate un algoritmo che data la rete autostradale con le tariffe associate a ciascuna tratta e una località di partenza  $A$ , calcoli per ogni località  $B$  il pedaggio che deve essere pagato per raggiungere  $B$  da  $A$ , se si sceglie il percorso più economico.

Cosa si richiede:

- Spiegate *sinteticamente* come l'input del problema possa essere descritto in termini di grafi.
- Descrivete *sinteticamente a parole* e poi ad alto livello in pseudocodice, un algoritmo che risolva il problema (adattate uno degli algoritmi che sono stati presentati nel corso, indicando quale).
- Fornite una stima del tempo totale utilizzato dall'algoritmo in funzione del numero di località.

Cognome.....

# Algoritmi e Strutture Dati

Nome.....

Prova finale del 18 gennaio 2018

Matricola.....

TEMPO DISPONIBILE: 2 ore

Le risposte agli esercizi 1, 2, 3 devono essere scritte negli appositi riquadri su questo foglio (risposte scritte su altri fogli non saranno considerate). La soluzione dell'esercizio 4 va scritta su uno dei fogli di protocollo forniti. Le brutte copie NON devono essere consegnate.

Ricordatevi di scrivere cognome e nome su tutto ciò che consegnate.

1. Considerate funzione  $f : \{a, b, \dots, z\} \rightarrow \{0, 1, \dots, 15\}$  definita come segue:

$x$	$f(x)$
a	0
b	1
c	2
d	3
e	4
f	5
g	6
h	6
i	7

$x$	$f(x)$
j	7
k	7
l	8
m	9
n	10
o	10
p	11
q	12
r	12

$x$	$f(x)$
s	13
t	13
u	14
v	14
w	15
x	15
y	15
z	15

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

Sia  $h$  la funzione che trasforma ogni parola  $k$  sull'alfabeto  $\{a, b, \dots, z\}$  nell'intero che si ottiene applicando  $f$  al primo carattere di  $k$  e  $g$  la funzione che trasforma ogni parola nel più piccolo numero primo maggiore o uguale al numero di consonanti presenti in  $k$ .

Esempi:  $h(\text{gatto}) = 6$ ,  $g(\text{gatto}) = 3$ ,  $h(\text{formica}) = 5$ ,  $g(\text{formica}) = 5$ .

Inserite nella tabella hash a destra, inizialmente vuota, le seguenti parole, nell'ordine indicato:

leone lepre cane gatto gallina aringa pettirosso  
murena

Come funzione hash utilizzate  $h$ . Per la gestione delle collisioni utilizzate l'hashing doppio mediante la funzione

$$c(k, i) = (h(k) + i \cdot g(k)) \bmod 16$$

2. Considerate l'albero binario rappresentato dal vettore posizionale contenente la seguente sequenza di numeri:  
31 19 25 28 22 14 34 36 17

(a) Disegnate l'albero	(b) Disegnate l'albero che si ottiene trasformando l'albero ottenuto al punto (a) in uno heap
(c) Scrivete la sequenza di valori contenuti nel vettore posizionale che rappresenta l'albero ottenuto al punto (b)	

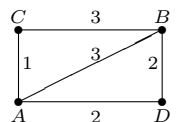
3. Considerate un albero AVL e un albero 2-3 ottenuti inserendo uno dopo l'altro, nell'ordine indicato, i seguenti numeri a partire da alberi inizialmente vuoti: 21 13 9 7 11 10 6

(a) Disegnate l'albero AVL	(b) Disegnate l'albero 2-3
(c) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine anticipato</i> dell'albero AVL	(f) L'albero AVL ottenuto al punto (a) è perfettamente bilanciato? <input type="checkbox"/>
(d) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine simmetrico</i> dell'albero AVL	(g) Se avete risposto NO al punto (f), disegnate un albero <i>perfettamente bilanciato</i> contenente gli stessi numeri
(e) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine posticipato</i> dell'albero AVL	

4. In un grande stato sul pianeta delle scimmie, la società che gestisce le autostrade ha deciso di sperimentare un nuovo sistema di tariffe basato sulle seguenti regole:

- ad ogni singola tratta autostradale è associata una tariffa,
- il pedaggio da corrispondere quando si percorrono più tratte di seguito è uguale alla tariffa massima associata alle tratte utilizzate.

Ad esempio, nella semplice rete autostradale schematizzata nel grafo nella figura a destra (in cui gli archi rappresentano le singole tratte), per raggiungere la località  $B$  dalla località  $A$ , il pedaggio da pagare è 3 se si utilizza la tratta diretta (arco  $(A, B)$ ) o il percorso che passa per  $C$ , mentre è 2 se si passa per  $D$ .



Progettate un algoritmo che data la rete autostradale con le tariffe associate a ciascuna tratta e una località di partenza  $A$ , calcoli per ogni località  $B$  il pedaggio che deve essere pagato per raggiungere  $B$  da  $A$ , se si sceglie il percorso più economico.

Cosa si richiede:

- Spiegate *sinteticamente* come l'input del problema possa essere descritto in termini di grafi.
- Descrivete *sinteticamente a parole* e poi ad alto livello in pseudocodice, un algoritmo che risolva il problema (adattate uno degli algoritmi che sono stati presentati nel corso, indicando quale).
- Fornite una stima del tempo totale utilizzato dall'algoritmo in funzione del numero di località.

Cognome.....

# Algoritmi e Strutture Dati

Nome.....

Prova finale del 18 gennaio 2018

Matricola.....

TEMPO DISPONIBILE: 2 ore

Le risposte agli esercizi 1, 2, 3 devono essere scritte negli appositi riquadri su questo foglio (risposte scritte su altri fogli non saranno considerate). La soluzione dell'esercizio 4 va scritta su uno dei fogli di protocollo forniti. Le brutte copie NON devono essere consegnate. Ricordatevi di scrivere cognome e nome su tutto ciò che consegnate.

1. Considerate funzione  $f : \{a, b, \dots, z\} \rightarrow \{0, 1, \dots, 15\}$  definita come segue:

$x$	$f(x)$
a	0
b	1
c	2
d	3
e	4
f	5
g	6
h	6
i	7

$x$	$f(x)$
j	7
k	7
l	8
m	9
n	10
o	10
p	11
q	12
r	12

$x$	$f(x)$
s	13
t	13
u	14
v	14
w	15
x	15
y	15
z	15

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

Sia  $h$  la funzione che trasforma ogni parola  $k$  sull'alfabeto  $\{a, b, \dots, z\}$  nell'intero che si ottiene applicando  $f$  al primo carattere di  $k$  e  $g$  la funzione che trasforma ogni parola nel più piccolo numero primo maggiore o uguale al numero di consonanti presenti in  $k$ .

Esempi:  $h(\text{gatto}) = 6$ ,  $g(\text{gatto}) = 3$ ,  $h(\text{formica}) = 5$ ,  $g(\text{formica}) = 5$ .

Inserite nella tabella hash a destra, inizialmente vuota, le seguenti parole, nell'ordine indicato:

leopardo lemure cornacchia geco gabbiano alpaca  
pappagallo medusa

Come funzione hash utilizzate  $h$ . Per la gestione delle collisioni utilizzate l'hashing doppio mediante la funzione

$$c(k, i) = (h(k) + i \cdot g(k)) \bmod 16$$

2. Considerate l'albero binario rappresentato dal vettore posizionale contenente la seguente sequenza di numeri:  
32 20 26 29 23 15 35 37 18

(a) Disegnate l'albero	(b) Disegnate l'albero che si ottiene trasformando l'albero ottenuto al punto (a) in uno heap
(c) Scrivete la sequenza di valori contenuti nel vettore posizionale che rappresenta l'albero ottenuto al punto (b)	

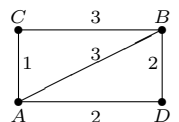
3. Considerate un albero AVL e un albero 2-3 ottenuti inserendo uno dopo l'altro, nell'ordine indicato, i seguenti numeri a partire da alberi inizialmente vuoti: 22 14 10 8 12 11 7

(a) Disegnate l'albero AVL	(b) Disegnate l'albero 2-3
(c) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine anticipato</i> dell'albero AVL	(f) L'albero AVL ottenuto al punto (a) è perfettamente bilanciato? <input type="checkbox"/>
(d) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine simmetrico</i> dell'albero AVL	(g) Se avete risposto NO al punto (f), disegnate un albero <i>perfettamente bilanciato</i> contenente gli stessi numeri
(e) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine posticipato</i> dell'albero AVL	

4. In un grande stato sul pianeta delle scimmie, la società che gestisce le autostrade ha deciso di sperimentare un nuovo sistema di tariffe basato sulle seguenti regole:

- ad ogni singola tratta autostradale è associata una tariffa,
- il pedaggio da corrispondere quando si percorrono più tratte di seguito è uguale alla tariffa massima associata alle tratte utilizzate.

Ad esempio, nella semplice rete autostradale schematizzata nel grafo nella figura a destra (in cui gli archi rappresentano le singole tratte), per raggiungere la località  $B$  dalla località  $A$ , il pedaggio da pagare è 3 se si utilizza la tratta diretta (arco  $(A, B)$ ) o il percorso che passa per  $C$ , mentre è 2 se si passa per  $D$ .



Progettate un algoritmo che data la rete autostradale con le tariffe associate a ciascuna tratta e una località di partenza  $A$ , calcoli per ogni località  $B$  il pedaggio che deve essere pagato per raggiungere  $B$  da  $A$ , se si sceglie il percorso più economico.

Cosa si richiede:

- Spiegate *sinteticamente* come l'input del problema possa essere descritto in termini di grafi.
- Descrivete *sinteticamente a parole* e poi ad alto livello in pseudocodice, un algoritmo che risolva il problema (adattate uno degli algoritmi che sono stati presentati nel corso, indicando quale).
- Fornite una stima del tempo totale utilizzato dall'algoritmo in funzione del numero di località.

Cognome.....

# Algoritmi e Strutture Dati

Nome.....

Prova finale del 18 gennaio 2018

Matricola.....

TEMPO DISPONIBILE: 2 ore

Le risposte agli esercizi 1, 2, 3 devono essere scritte negli appositi riquadri su questo foglio (risposte scritte su altri fogli non saranno considerate). La soluzione dell'esercizio 4 va scritta su uno dei fogli di protocollo forniti. Le brutte copie NON devono essere consegnate. Ricordatevi di scrivere cognome e nome su tutto ciò che consegnate.

1. Considerate funzione  $f : \{a, b, \dots, z\} \rightarrow \{0, 1, \dots, 15\}$  definita come segue:

$x$	$f(x)$
a	0
b	1
c	2
d	3
e	4
f	5
g	6
h	6
i	7

$x$	$f(x)$
j	7
k	7
l	8
m	9
n	10
o	10
p	11
q	12
r	12

$x$	$f(x)$
s	13
t	13
u	14
v	14
w	15
x	15
y	15
z	15

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

Sia  $h$  la funzione che trasforma ogni parola  $k$  sull'alfabeto  $\{a, b, \dots, z\}$  nell'intero che si ottiene applicando  $f$  al primo carattere di  $k$  e  $g$  la funzione che trasforma ogni parola nel più piccolo numero primo maggiore o uguale al numero di consonanti presenti in  $k$ .

Esempi:  $h(\text{gatto}) = 6$ ,  $g(\text{gatto}) = 3$ ,  $h(\text{formica}) = 5$ ,  $g(\text{formica}) = 5$ .

Inserite nella tabella hash a destra, inizialmente vuota, le seguenti parole, nell'ordine indicato:

locusta lumaca coniglio ghiro gorilla angora  
pettirosso merlo

Come funzione hash utilizzate  $h$ . Per la gestione delle collisioni utilizzate l'hashing doppio mediante la funzione

$$c(k, i) = (h(k) + i \cdot g(k)) \bmod 16$$

2. Considerate l'albero binario rappresentato dal vettore posizionale contenente la seguente sequenza di numeri:  
33 21 27 30 24 16 36 38 19

(a) Disegnate l'albero	(b) Disegnate l'albero che si ottiene trasformando l'albero ottenuto al punto (a) in uno heap
(c) Scrivete la sequenza di valori contenuti nel vettore posizionale che rappresenta l'albero ottenuto al punto (b)	

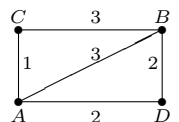
3. Considerate un albero AVL e un albero 2-3 ottenuti inserendo uno dopo l'altro, nell'ordine indicato, i seguenti numeri a partire da alberi inizialmente vuoti: 23 15 11 9 13 12 8

(a) Disegnate l'albero AVL	(b) Disegnate l'albero 2-3
(c) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine anticipato</i> dell'albero AVL	(f) L'albero AVL ottenuto al punto (a) è perfettamente bilanciato? <input type="checkbox"/>
(d) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine simmetrico</i> dell'albero AVL	(g) Se avete risposto NO al punto (f), disegnate un albero <i>perfettamente bilanciato</i> contenente gli stessi numeri
(e) Scrivete l'elenco dei valori dei nodi ottenuto mediante la visita in <i>ordine posticipato</i> dell'albero AVL	

4. In un grande stato sul pianeta delle scimmie, la società che gestisce le autostrade ha deciso di sperimentare un nuovo sistema di tariffe basato sulle seguenti regole:

- ad ogni singola tratta autostradale è associata una tariffa,
- il pedaggio da corrispondere quando si percorrono più tratte di seguito è uguale alla tariffa massima associata alle tratte utilizzate.

Ad esempio, nella semplice rete autostradale schematizzata nel grafo nella figura a destra (in cui gli archi rappresentano le singole tratte), per raggiungere la località  $B$  dalla località  $A$ , il pedaggio da pagare è 3 se si utilizza la tratta diretta (arco  $(A, B)$ ) o il percorso che passa per  $C$ , mentre è 2 se si passa per  $D$ .



Progettate un algoritmo che data la rete autostradale con le tariffe associate a ciascuna tratta e una località di partenza  $A$ , calcoli per ogni località  $B$  il pedaggio che deve essere pagato per raggiungere  $B$  da  $A$ , se si sceglie il percorso più economico.

Cosa si richiede:

- Spiegate *sinteticamente* come l'input del problema possa essere descritto in termini di grafi.
- Descrivete *sinteticamente a parole* e poi ad alto livello in pseudocodice, un algoritmo che risolva il problema (adattate uno degli algoritmi che sono stati presentati nel corso, indicando quale).
- Fornite una stima del tempo totale utilizzato dall'algoritmo in funzione del numero di località.